Sana'a University
Deanship of Graduate Studies and Research
Faculty of Commerce and Economics
Department of Statistics and Infomatio

جـامعـــــــة صنعاء
عمادة الدراسات العليا والبحث العلمي
كـليـــة التجارة والاقتصاد
قسم الإحصاء والمعلومات

Estimation on the Parameters of the Transmuted Power Gumbel Distribution: Theory and Applications

تقدير معلمات توزيع القوة–جامبل المحول: النظرية والتطبيقات

By

Nasr Tawfiq Mohammed Almazaqi

Supervised by

Dr. Ahmed Ali Hurairah

A thesis submitted in partial fulfillment of the requirements for the degree of Master of Statistics

March 2024

Abstract

The development of generalized classes of distributions have attracted the attention of both theoretical and applied statisticians in recent times due to their flexible statistical properties. In this study, we introduce a new statistical distribution constructed by combining the cumulative density functions (cdf) of Power and Gumbel distributions and name it as the Power -Gumbel distribution. Using the quadratic rank transmutation map method proposed by Shaw et al. (2007) we develop the four-parameter transmuted Power-Gumbel (TPG) distribution. Several mathematical properties including moments, moment generating function, mean deviation, quantiles and random number generator, Rényi and Shannon entropies, order statistics and the reliability analysis are discussed.

The work is also concerned with the investigation of the finite sample performance of asymptotic inference procedures. The TPG distribution parameters are estimated by the method of maximum likelihood and the observed information matrix is determined.

The simulations were performed to investigate the properties (Bias, ASV, SEand MSE) of the maximum likelihood estimators for the parameters of the new TPG distribution. The results revealed that the maximum likelihood estimators for the parameters were consistent. The asymptotic confidence intervals for the parameters are also obtained based on asymptotic variance-covariance matrix. The performances in terms of the attainment of the nominal error probability and symmetry of lower and upper probabilities were investigated and compared. The importance and flexibility of the proposed TPG distribution are illustrated by applications to three real data sets and their performance were compared to other known competing models. The proposed distributions showed greater flexibility and can be used to model different kinds of real data sets.

ملخص الدراسة

لقد جذب تطوير فئات التوزيعات المعممة انتباه الإحصائيين النظريين والتطبيقيين في الآونة الأخيرة؛ بسبب خصائصها الإحصائية المرنة. في هذه الرسالة، نقدم توزيعًا إحصائيًا جديدًا تم تكوينه من خلال الدمج بين توزيعي القوة وجامبل وتسميته بتوزيع القوة– جامبل. ثم قمنا بدراسة خارطة تحويل الرتب من الدرجة الثانية (التربيعية) وطُبقت على توزيع القوة جامبل وذلك بإضافة معلمة التحويل لينتج توزيع سُمي بتوزيع القوة–جامبل المُحول ذو الأربع معالم: معلمة مقياس ومعلمتي شكل ومعلمة تحويل. تم اشتقاق الخصائص الرياضية للتوزيع الجديد (TPG) واشتقت العديد من الدوال كدالة البقاء، دالة الخطر، العزوم والدالة المولدة للعزوم، قيم التقسيمات الجزئية، متوسط الانحرافات، ريني وشانون إنتروبيا والإحصاءات الترتيبية.

كذلك تم استخدام طريقة الإمكان الأعظم لتقدير معلمات التوزيع الجديد، ومن أجل دراسة خواص مقدرات الإمكان الأعظم لمعلمات التوزيع تم استخدام أسلوب المحاكاة باستخدام برنامج (SAS 9)، تم استخدام أحجام عينات مختلفة بهدف دراسة سلوك المعلمات وباستخدام المعايير الإحصائية: التحيز، متوسط مربعات الخطأ (MSE) ، التباين المتقارب (ASV) والخطأ المعياري (SE). وأظهرت النتائج أن مقدرات الإمكان الأعظم لتوزيع القوة–جامبل المحول مرضية وفعالة لجميع الخصائص المدروسة عند أحجام العينات المختلفة. تم حساب فترات الثقة لمعالم التوزيع الجديد باستخدام مصفوفة معلومات فيشر ومقارنة الأداء من حيث تحقيق احتمالية الخطأ الإسمي وتماثل الاحتمالات الدنيا والعليا؛ وقد أظهرت نتائج المحاكاة بأن احتمالات فترات الثقة لمُقدرات الإمكان الأعظم لمعالم التوزيع الجديد (TPG) متماثلة.

تم تطبيق ثلاث مجموعات من بيانات حقيقية على توزيع القوة–جامبل المحول (TPG) وتوزيعات أخرى مشابهة؛ بهدف التحقق من جودة ومرونة نموذج القوة–جامبل المحول (TPG) وتم استخدام المقاييس الإحصائية: -2ℓ ، AICc, AIC، BIC وCAIC. وقد أظهرت نتائج المحاكاة أن نموذج القوة–جامبل المحول (TPG) يمكن استخدامه في تحليل البيانات المختلفة؛ لأنه يوفر نتائج جيدة، كما أن له أقل قيم للمعايير الاحصائية مقارنة مع القيم التي تم الحصول عليها للتوزيعات الأخرى وهذا يشير إلى قوة هذا النموذج وقدرته وملاءمته. وبالتالي يمكن استخدام هذا النموذج كنموذج بديل في تحليل البيانات المختلفة.