

Sana'a University
Deanship of Graduate Studies and Research
Faculty of Commerce and Economics
Department of Statistics and Information



ج.امع—ة صنعاء
عمادة الدراسات العليا والبحث
العلمي
كـليـة التجارة والاقتصاد

Properties of Transmuted Power Lomax Distribution: Theory and Applications

النظرية و:خصائص توزيع القوة لوماكس المحول التطبيقات

By

Mohammed Abdulrahman Al-Maweri

Supervised by

Ahmed Ali Hurairah

A thesis submitted in partial fulfilment of the requirements for the degree of
Master of Statistics

August /2024

Abstract

In this thesis, we study the Transmuted Power Lomax (TPL) distribution, its density and hazard rate functions can have different shapes. TPL distribution contains as special models several important distributions discussed in the literature, such as the Transmuted Power distribution, Transmuted Lomax distribution, Power Lomax distribution, Power distribution, Lomax distribution. Some structural properties of the TPL distribution are derived such as moments, moment generating function, entropies, mean deviation and the order statistics. The work is also concerned with the investigation of the finite sample performance of asymptotic inference procedures using the likelihood function based on the TPL distributions. The study includes investigating the adequacy of asymptotic inferential procedures in small samples. The maximum likelihood estimator of the parameters of TPL distribution is not available in closed form. Thus, a simulation study is conducted to investigate the bias, the mean square error (MSE) and finite sample variance (FSV), and of the maximum likelihood estimator of the parameters of the TPL distribution. Exact testing hypothesis procedures for the (TPL) distribution are intractable. Therefore, two standard large sample statistics based on maximum likelihood estimator were considered, which are the likelihood ratio and the Wald statistics. Their performances in finite samples in terms of their sizes and powers are investigated and compared. In the hypothesis testing of the (TPL) distribution, the likelihood ratio statistic appears to perform better than the Wald statistics. The importance and flexibility of the TPL distribution are illustrated by applications to three real data sets. Results of the simulations also indicate that the TPL distribution can contribute meaningfully in solving several problems of the real data.

ملخص الدراسة

في هذه الرسالة، قمنا بدراسة دوال توزيع القوة لوماكس المحول، كدالة الكثافة الاحتمالية، دالة التوزيع، دالة البقاء ودالة الخطر كما تم عرض الاشكال البيانية لهذه الدوال وكذلك الدوال الفرعية لتوزيع القوة لوماكس المحول، توزيع القوة، توزيع لوماكس، توزيع القوة لوماكس، توزيع القوة المحول وتوزيع لوماكس المحول. الخصائص الرياضية والاحصائية لتوزيع (TPL)، كالعزوم و الدالة المولدة للعزوم، قيم التقسيمات الجزئية، متوسط الانحرافات، ريني وشانون إنتروبيا والإحصاءات الترتيبية تم اشتقاقها ودراستها. لتقدير معاملات توزيع القوة لوماكس المحول تم استخدام طريقة الامكان الأعظم، كما تم دراسة خواص مقدرات الإمكان الأعظم لمعاملات توزيع (TPL) لعدد من المعايير الإحصائية، كالتحيز، متوسط مربعات الخطأ (MSE) وتباين العينات المحدودة (FSV)، عند احجام مختلفة للعينات وذلك باستخدام أسلوب المحاكاة ببرنامج (SAS). وأظهرت النتائج ان مقدرات الإمكان الأعظم لتوزيع القوة لوماكس المحول مرضية وفعالة لجميع الخصائص المدروسة عند احجام العينات المختلفة. لاستكمال الجانب الاستدلالي وبالاعتماد على دالة الإمكان في إختبار الفرضيات لتوزيع القوة لوماكس المحول، تم استخدام إختبار الإمكان النسبي (LRT) وإختبار والد (Wald) وذلك في حالة العينات الكبيرة. ولمعرفة خصائص إختبار الفرضيات قمنا بدراسة حجم وقوة الإختبار ومقارنة أداء إختبار الإمكان النسبي (LRT) مع إختبار والد (Wald). أظهرت النتائج ان إختبار الإمكان النسبي (LRT) أفضل من إختبار والد (Wald) عند تطبيقه على توزيع (TPL) وذلك بحسب حجم وقوة الإختبار. تم تطبيق ثلاث مجموعات من بيانات حقيقة على توزيع القوة لوماكس المحول (TPL) والتوزيعات الفرعية لتوزيع (TPL) بهدف التحقق من جودة ومرونة توزيع القوة لوماكس المحول (TPL) وتم استخدام المقاييس الاحصائية: -2ℓ ، AIC، HQIC، BIC وCAIC. وقد أظهرت نتائج المحاكاة ان توزيع القوة لوماكس المحول له اقل قيم للمعايير الاحصائية مقارنة مع القيم التي تم الحصول عليها للتوزيعات الاخرى وهذا يشير إلى قوة هذا النموذج في معالجة مشاكل البيانات المختلف