قائمة الاسئلة

تحليل دالي -(114201)-الرابع -رياضيات بحتة - كلية العلوم- درجة الامتحان (100)

حميد محمد شمسان

1)

ليكن X, Y عبارة عن فضاءين معياريين وليكن $T : X \to Y$ تطبيق خطي فإن T محدود إذا وفقط إذا كان

1) - صورة أي مجموعة جزئية مغلقة من X هي مجموعة جزئية مغلقة من Y

2) - صورة أي مجموعة جزئية مفتوحة من X هي مجموعة جزئية مفتوحة من Y

3) + صورة أي مجموعة جزئية محدودة من X هي مجموعة جزئية محدودة من Y

4) - T لها معكوس

2) أيا مما يلي غير صحيح

1) + أي فضاء معياري هو فضاء ضرب داخلي
2) - أي فضاء ضرب داخلي هو فضاء متري
3) - أي فضاء ضرب داخلي هو فضاء معياري
4) - لا شيء مما ذكر

3) باستخدام الضرب الداخلي على $\mathbb{R}^3$ ، إذا كان x, y, z ثلاث متجهات متعامدة واحديا وكان

$x = (\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}}, 0)$ ، $y = (0,0,1)$ فإن $z = \ldots$

1) - $(0,1,0)$

2) +

$$(\frac{1}{\sqrt{2}},\frac{-1}{\sqrt{2}},0)$$

3) - $(0,0,1)$

4) - $(0,\frac{1}{\sqrt{2}},\frac{1}{\sqrt{2}})$

(4 ليكن H هو فضاء هلبرت. وليكن $x,y\in H$ بحيث ان $\|x\|=3$ ، $\|y\|=4$ ، $\|x+y\|=7$
فإن $\|x-y\|=\dots$

1) - 4
2) - 2
3) - 3
4) + 1

(5 ليكن لدينا $X=C\left[0,\frac{\pi}{2}\right]$ فضاء الدوال الحقيقية المتصلة على $\left[0,\frac{\pi}{2}\right]$ وليكن $\|f\|=\sup|f(t)|$
فإنه لأي $f,g\in X$ يكون $\|f+g\|=\dots$

1) - 1

2) - 2

3) + $\sqrt{2}$

4) -

$$\frac{3}{2}$$

(6 الفضاء المعياري يكون فضاء ضرب داخلي إذا وفقط إذا كان يحقق

1) + $$\|x+y\|^2+\|x-y\|^2=2\|x\|^2+2\|y\|^2$$

2) - $$|\langle x,y\rangle|\le\|x\|.\|y\|$$

3) - $$4\langle x,y\rangle=\|x+y\|^2-\|x-y\|^2$$

4) - $$\|x+y\|\le\|x\|+\|y\|$$

(7 أيا مما يلي يرمز لفضاء المتتاليات المحدودة

1) + $$l_\infty$$

2) - S
3) - C
4) -

l_p

(8 فضاء هيلبرت هو
1) - فضاء خطي تام
2) - فضاء معياري تام
3) - فضاء متري تام
4) + فضاء ضرب داخلي تام

(9

ليكن X فضاء ضرب داخلي. فإن المجموعة المتعامدة مع $\{0\}$ هي

1) +

X

2) -

$\{0\}$

3) -

$X \setminus \{0\}$

4) - لا شيء مما ذكر

(10

لتكن $x=(x_n)$ متتالية في الفضاء l_∞ معرفة كما يلي $x_n=\sin(\frac{\pi}{n})$ فإن $\|x\|=\ldots$

1) - 0
2) - 2
3) - -1
4) + 1

(11 أيا من الفضاءات التالية لا يمثل فضاء باناخ
1) -

الفضاء الخطي لكل النونيات المرتبة $x=(a_1,a_2,\ldots,a_n)$ مع $\|x\|=\max_{1\le i\le n}|a_i|$

2) -

الفضاء الخطي لكل المتتاليات $x=(a_1,a_2,\dots)$ مع $\|x\|=\left(\sum_{i=1}^{n}|a_i|^2\right)^{\frac{1}{2}}$

(3 +

الفضاء الخطي لكل الدوال المتصلة على $[0,1]$ مع $\|f\|=\int_0^1|f(t)|dt$

(4 -

الفضاء الخطي لكل المتتاليات المحدودة $x=(a_1,a_2,\dots)$ مع $\|x\|=\sup_i|a_i|$

(12

ليكن $X=\mathbb{R}$. فأي مما يلي لا يمثل مترك على $\mathbb{R}$

(1 +

$$d(x,y)=(x-y)^2$$

(2 -

$$d(x,y)=\left|\frac{x}{1+\sqrt{1+x^2}}-\frac{y}{1+\sqrt{1+y^2}}\right|$$

(3 -

$$d(x,y)=\frac{|x-y|}{1+|x-y|}$$

4) - لاشيء مما ذكر

(13

إذا كانت $p \geq q \geq 1$ فأي مما يلي يكون صحيح

1) -

$$l_q = l_p$$

2) -

$$l_q \subset l_p$$

3) + $$l_p \subset l_q$$

4) - لا شيء مما ذكر

(14

المتتالية $x_n = \frac{1}{n^p}$ لا تنتمي الى الفضاء l_p إذا كانت

1) -

$$p = 2$$

2) -

$$p \geq 3$$

(3 +

$$p=1$$

(4 -

$$p=\frac{3}{2}$$

(15

إذا كان X فضاء معياري وكان d متر ك مولد بنورم فإنه لأي $x,y\in X$ يكون

$$d(x-y,0)=....$$

(1 -

$$d(x,0)-\mathrm{d(y,0)}$$

(2 -

$$d(x,\mathrm{x-y})$$

(3 -

$$d(0,\mathrm{y-x})$$

(4 +

$$d(x,\mathrm{y})$$

(16

إذا كان المتجهان x,y عنصران متعامدان في فضاء ضرب داخلي فإن

(1 +

$$\|x+y\|^2 = \|x\|^2 + \|y\|^2$$

- (2

$$\|x+y\|^2 = 2\|x\|^2 + 2\|y\|^2$$

- (3

$$\|x+y\|^2 = \|x\|^2 - \|y\|^2$$

- (4

$$\|x+y\|^2 = 0$$

(17

إذا كانت $\{f_i\}$ هي مجموعة تامة متعامدة واحديا في فضاء هلبرت وكان $x \perp f_i$ لكل i فإن

- (1

$$\|x\| = 1$$

- (2

$\{x\}$ مستقلة خطيا

+ (3

$$x = 0$$

- (4 لا شيء مما ذكر

(18

إحدى الخواص التالية ليست صحيحة بشكل عام لأي عنصرين x, y في فضاء معياري. حددها

(1 - $$\|x+y\| \leq \|x\| + \|y\|$$

(2 + $$\|x-y\| \leq \|x\| - \|y\|$$

(3 - $$|\,\|x\| - \|y\|\,| \leq \|x\| + \|y\|$$

(4 - $$|\,\|x\| - \|y\|\,| \leq \|x-y\|$$

(19

أي من المتراجحات التالية هي متراجحة شوارز

(1 + $$|\langle x, y\rangle| \leq \|x\|.\|y\|$$

(2 - $$|\langle x, y\rangle| \geq \|x\|.\|y\|$$

(3 -

$$|\langle x,y\rangle| \geq \langle x,x\rangle.\langle y,y\rangle$$

- (4

$$|\langle x,y\rangle| \leq \langle x,x\rangle.\langle y,y\rangle$$

(20 أي من التالي هو ما يعرف بقانون متوازي الأضلاع

- (1

$$\|x+y\|^2 = 2\|x\|^2 + 2\|y\|^2$$

- (2

$$\|x+y\|^2 - \|x-y\|^2 = 2\|x\|^2 + 2\|y\|^2$$

+ (3

$$\|x+y\|^2 + \|x-y\|^2 = 2\|x\|^2 + 2\|y\|^2$$

- (4

$$\|x+y\|^2 + \|x-y\|^2 = 2\|x\|^2 - 2\|y\|^2$$