قائمة الاسئلة 2025-04-09 06:22

نظرية القياس - (114202) - المستوى الرابع -تخصص رياضيات بحتة - كلية العلوم - الفترة الثالثة- درجة الامتحان (100)

حميد محمد شمسان

1)

أي عبارة من العبارات التالية غير صحيحة

1) - الدالة الثابتة التي مجالها قابل للقياس قابلة للقياس

2) + إذا كانت $\{f_n\}$ متتالية دوال قابلة للقياس معرفات على نفس المجال E فإن $\sup_n f_n$ ، $\inf_n f_n$ غير قابلين للقياس

3) - أي دالة مميزة لمجموعة قابلة للقياس تمثل دالة بسيطة

4) - إذا كانت f دالة قابلة للقياس على E فإن قياس المجموعة $E(f>\alpha)=\{x\in E: f(x)>\alpha\}, \alpha\in\mathbb{R}$ منتهي او غير منتهي

2) إذا كانت $\{f_n\}$ متتالية دوال قابلة للقياس على مجموعة E ولتكن f دالة قابلة للقياس بحيث ان $\lim_{n\to\infty} f_n(x)=f(x)$ لكل $x\in E$ فإنه لأي $\varepsilon>0$ ، $\delta>0$ توجد مجموعة $A\subset E$ ويوجد $N\in\mathbb{Z}^+$ بحيث يكون $|f_n(x)-f(x)|<\varepsilon$ بشرط ان

1) - $$\forall x\in E, n\geq N, m(A)<\delta$$

2) + $$\forall x\in E-A, n\geq N, m(A)<\delta$$

3) - $$\forall x\in E-A, n\geq N, m(A)>\delta$$

4) - $$\forall x\in E-A, n\leq N, m(A)>\delta$$

3) اختر العبارة الخاطئة من العبارات التالية

1) + كل الدوال المحدودة والقابلة للقياس قابلة للتكامل بتكامل ريمان

2) - كل الدوال المحدودة والقابلة للقياس قابلة للتكامل بتكامل ليبيج

3) - إذا كانت f دالة بسيطة معرفة على E فإن $L\int_{\bar{E}} f = L\int_{E} f = \int_{E} f$

4) - f قابلة للقياس اذا وفقط اذا $\int_E f = \inf_{\psi \geq f} \int_E \psi$ لكل الدوال البسيطة ψ المعرفة على E

4) إذا كانت f دالة غير سالبة وقابلة للقياس ومعرفة على المجموعة E فان

1) - $\int_E f = \sup_{\psi \leq f} \int_E \psi$ حيث ψ دالة بسيطة معرفة على E

2) - $\int_E f = \inf_{\psi \geq f} \int_E \psi$ حيث ψ دالة بسيطة معرفة على E

3) + $\int_E f = \sup_{\psi \leq f} \int_E \psi$ حيث ψ دالة محدودة وقابلة للقياس ومعرفة على E

4) - $\int_E f = \inf_{\psi \geq f} \int_E \psi$ حيث ψ دالة محدودة وقابلة للقياس ومعرفة على E

5) إذا كانت $\alpha > 0$ فإن $\lim_{n\to\infty} \int_0^n (1-\frac{x}{n})^n x^{\alpha-1} dx =$

1) + $\int_0^\infty e^{-x} x^{\alpha-1} dx$

2) -

$$\int_0^{\infty} e^{x} x^{1-\alpha} dx$$

- (3

$$\int_0^{\infty} e^{-x} x^{1-\alpha} dx$$

- (4

$$\int_0^{\infty} e^{x} x^{\alpha-1} dx$$

(6

$$\lim_{n\to\infty} \int_0^{\infty} \frac{n \sin \frac{x}{n}}{x(1+x^2)} dx = ...$$

- (1

$$\frac{1}{1-\pi}$$

- (2

$$\pi$$

- (3

$$\frac{1}{\pi - 1}$$

(4 + $\frac{\pi}{2}$

(7 لدينا الدالة $f:[0,2] \to \mathbb{R}$ والمعرفة كما يلي

$$f(x) = \begin{cases} 1, & 0 \le x < 1 \\ 2, & 1 \le x \le 2 \end{cases}$$

أي من العبارات التالية عبارة صحيحة

(1 - f متصلة وقابلة للقياس

(2 + f غير متصلة وقابلة للقياس

(3 - f متصلة وغير قابلة للقياس

(4 -

f غير متصلة وغير قابلة للقياس

(8

الفترة الحقيقية $]a,b[$ تمثل

1) - مجموعة بوريلية
2) - مجموعة f_σ

3) - مجموعة G_δ

4) + كل ماسبق

(9

لدينا التالي:

A: إذا كانت f دالة قابلة للقياس فإن $|f|$ قابلة للقياس

B: إذا كانت $|f|$ دالة قابلة للقياس فإن f قابلة للقياس

أي من التالي يعتبر صحيح:

1) - A ، B خاطئتان معا

2) - A خاطئة ، B صحيحة

3) +

A صحيحة ، B خاطئة

4) -

A ، B صحيحتان معا

10)

لدينا التالي:

A: إذا كانت $m^*(E)=0$ فإن E مجموعة قابلة للعد

B: إذا كانت E مجموعة قابلة للعد فإن $m^*(E)=0$

أي من التالي يعتبر صحيح:

1) +

A خاطئة ، B صحيحة

2) -

A صحيحة ، B خاطئة

3) -

A ، B خاطئتان معا

4) -

A ، B صحيحتان معا

11)

إذا كان $m^*(A)=0$ فإن $m^*(B)=\ldots$

(1 - $m^*(A-B)$

(2 - $m^*(A\cap B)$

(3 - $m^*(A\Delta B)$

(4 + $m^*(A\cup B)$

(12 اي مجموعة قياسها الخارجي لا يساوي صفر هي مجموعة .....

(1 - قابلة للعد

(2 + غير قابلة للعد

(3 - غير قابلة للقياس

(4 - لا شيء مما ذكر

(13 إذا كانت $E=\{x,y,z\}$ فإن $m^*(E)=\ldots\ldots$

(1 - 3

(2 - 1

(3 - 2

(4 + 0

(14 إذا كانت $\{A_n\}$ عائلة مجموعات اعداد حقيقية قابلة للعد فإن

(1 +

$$m^*\left(\bigcup_{n=1}^{\infty} A_n\right) \le \sum_{n=1}^{\infty} m^*(A_n)$$

- (2

$$m^*\left(\bigcup_{n=1}^{\infty} A_n\right) \ge \sum_{n=1}^{\infty} m^*(A_n)$$

- (3

$$m^*\left(\bigcup_{n=1}^{\infty} A_n\right) = \sum_{n=1}^{\infty} m^*(A_n)$$

- (4

لا شيء مما ذكر

(15 نقول ان الدالة $f > g$ غالبا في كل مكان على المجموعة E إذا كان

- (1

$$m^*\left(\{x \in E : f(x) > g(x)\}\right) = 0$$

- (2

$$m^*\left(\{x \in E : f(x) < g(x)\}\right) = 0$$

- (3

$$m^*\left(\{x \in E : f(x) \ge g(x)\}\right) = 0$$

(4 +

$$m^*\left(\{x \in E : f(x) \le g(x)\}\right) = 0$$

(16 أي من العبارات التالية عبارة صحيحة

1) -

$m^*(\mathbb{N}) = 0$ حيث $\mathbb{N}$ مجموعة الأعداد الطبيعية

2) -

$m^*(\mathbb{Z}) = 0$ حيث $\mathbb{Z}$ مجموعة الأعداد الصحيحة

3) -

$m^*(\mathbb{Q}) = 0$ حيث $\mathbb{Q}$ مجموعة الأعداد الصحيحة

4) + كل ماسبق صحيح

17) القياس الخارجي لمجموعة تحوي عنصر واحد يساوي

1) + 0
2) - 1
3) -

∞

4) -

ϕ

18)

$m^*(\phi) = \ldots$

1) - 1
2) - 2
3) + 0
4) -

∞

19)

إذا كانت f قابلة للقياس فإن f^2 ...

1) + قابلة للقياس
2) - غير قابلة للقياس

3) - ليست دالة
4) - لا شيء مما ذكر

20) ي من العبارات التالية عبارة صحيحة

1) - f_σ مجموعة بوريلية

2) - G_∂ مجموعة بوريلية

3) - المجموعة وحيدة العنصر مجموعة بوريلية
4) + كل ماسبق صحيح